

Digitalbasierte Lernkontexte des Mathematikunterrichts - Ein Workshop über stochastische Paradoxien

Ingrid Lenhardt, Lea Schenk

Motivation und Voraussetzungen

Im Folgenden stellen wir einen 90-minütigen Workshop zu zwei stochastischen Paradoxien vor: Simpson-Paradoxon und Benfords Gesetz. Dieser Workshop wurde als Teil des Seminars „Digitalbasierte Lernkontexte des Mathematikunterrichts“ entwickelt. Dort erarbeiten, erproben, evaluieren und reflektieren Studierende im M.Ed. digitale Lernumgebungen zu relevanten, authentischen Anwendungen der Mathematik. Sie erwerben außerdem Kompetenzen für moderne mathematische (Lehr-Lern-)Software und setzen sich mit Videodreh und Tonaufnahmen auseinander.

Inhalte des Workshops

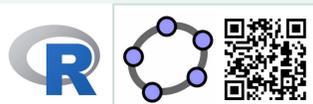
Einführung



- Beschreibung der Krisensituation des fiktiven Staats „Tralien“ mittels videounterstützter Radioaufnahme: Schwere Krankheit „Frost“ und erhebliche finanzielle Probleme.
- Krisensituation führt zu zwei Problemstellungen:
 - Entscheidung für eines von zwei Medikamenten zur Heilung von „Frost“.
 - Entlarven von Steuersündern zur Minderung der finanziellen Probleme.

Der Staat setzt zwei Expertengruppen an, die diese Probleme lösen sollen.

Steuerfahnder - Benfords Gesetz



- Heranführung an die Bedeutung der führenden Ziffer von Steuerdaten.
- Interpretation und Diskussion der Verteilungen der führenden Ziffer der verdächtigten fiktiven Firmen TPS, Vogel und PetroGas (vgl. Abb. 1).



Abbildung 1: Verteilungen der führenden Ziffer.

- Erarbeitung der Verteilung der führenden Ziffer und Einführung von Benfords Gesetz.
- Entlarven der Firmen Vogel und TPS als Steuersünder.

Zusatzmaterial: Invarianz der Benford-Verteilung unter Wechsel der Währung, Grenzen von Benfords Gesetz, weitere Anwendungen von Benfords Gesetz wie Erkennen von Wahlbetrug und von künstlich generierten Bildern.

Medikamentenstudie - Simpson-Paradoxon



- Auswertung der Datensätze einer fiktiven Medikamentenstudie.
- Diskussion der Wirksamkeit der Medikamente aus verschiedenen Perspektiven: Entwickler des Medikaments A, Entwickler des Medikaments B und außenstehende Person.
- Beleuchten des mathematischen Kerns des Simpson-Paradoxons:

$$\text{Aus } \frac{a}{x} \geq \frac{a'}{x'} \text{ und } \frac{b}{y} \geq \frac{b'}{y'} \text{ folgt im Allgemeinen nicht } \frac{a+b}{x+y} \geq \frac{a'+b'}{x'+y'}$$

- Graphische Veranschaulichung der Studienergebnisse (vgl. Abb. 2).

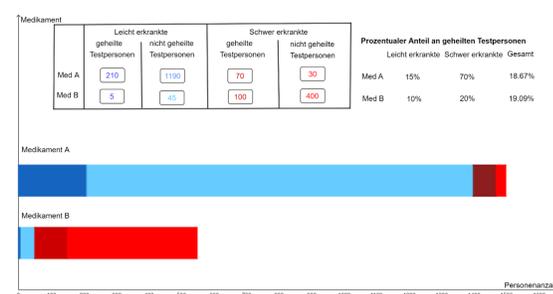


Abbildung 2: Graphische Darstellung der Studienergebnisse.

- Aufstellen von Bedingungen für eine ergänzende Studie.
- Auswertung einer ergänzenden Studie und Entscheidungsfindung für ein Medikament.

Zusatzmaterial: Bewusstes Fälschen einer Medikamentenstudie unter Ausnutzen des Simpson-Paradoxons.

Abschluss

- Expertengruppen stellen ihre Ergebnisse und das zugrundeliegende Paradoxon vor.

Ausblick

Überarbeitung des Moduls zu Benfords Gesetz:

- Einsatz von Jupyter Notebooks und R statt GeoGebra.
- Selbstständiges Erarbeiten der Programmieraspekte durch Schüler*innen statt Präsentation durch Lehrperson.
- Verwendung von realen großen Datensätzen.

Stärkeres Hervorheben der authentischen Anwendung der Mathematik und der modernen mathematischen Software.

Feedback der Schüler*innen

Besonders gut gefallen hat den Schüler*innen:

- Die „Aktualität der Thematik, gute Umsetzung der Hintergrundgeschichte“.
- „Der Bezug zur aktuellen Realität“.
- Die „Anwendungsmöglichkeiten auf verschiedene Bereiche, was wir gelernt haben ist nicht nur für eine Sache gut“.
- „Dass man an das Thema herangeführt und mehr als nur ein Beispiel aufgezeigt wurde“.
- „Eigentlich alles“.

Wir bedanken uns bei unseren Studierenden Pervin Güvenc und Fabian Hubbuch.

Kontakt:

Lea Schenk, Dr. Ingrid Lenhardt
Abteilung für Didaktik der Mathematik
Campus Süd, Gebäude 20.30
Englerstr. 2, 76131 Karlsruhe



Schülerlabor Mathematik:
schuelerlabor.math.kit.edu



CAMMP:
scc.kit.edu/forschung/CAMMP.php

Quellen:

Güvenc, P. (n.d.). *Medikamentenstudie Tralien*. GeoGebra. Abgerufen am 07.09.2021 unter www.geogebra.org/m/fsrzcze
Hubbuch, F. (n.d.). *Workshop Stochastische Paradoxien*. GeoGebra. Abgerufen am 07.09.2021 unter www.geogebra.org/m/uh6jsew5
Humenberger, H. (2018). Das „Benford-Gesetz“ - warum ist die Eins als führende Ziffer von Zahlen bevorzugt?. In H. Siller, G. Greefrath, W. Blum (2018). *Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht 4* (pp. 161-176). Springer Spektrum.
Meyer, J. (2018). Einfache Paradoxien in der beschreibenden Statistik. In H. Siller, G. Greefrath, W. Blum (2018). *Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht 4* (pp. 177-191). Springer Spektrum.
Strick, H.-K. (2020). *Stochastische Paradoxien*. Springer Spektrum.
Thurm, D. (2020). *Digitale Werkzeuge im Mathematikunterricht integrieren*. Springer Spektrum.
Winter, H. (1992). *Zur intuitiven Aufklärung probabilistischer Paradoxien*. JMD 13, 23-53. <https://doi.org/10.1007/BF03339376>

GEFÖRDERT VOM



Bundesministerium
für Bildung
und Forschung